Corso di laurea in Ingegneria Civile (Foggia)
I Esonero di Analisi Matematica
a.a. 2007-2008 1/12/2007
Traccia B

1. Dare la definizione di funzione derivabile e determinare per quali valori reali di a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{se } x \leq 1 \\ 3x + 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

   è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

2. Risolvere il seguente limite con De L'Hopital

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + x^2\right)^{\frac{1}{x \sin x}} .$$

3. Data la funzione

$$f(x) = \log_2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

   a) dire se l'insieme di definizione di f è limitato;

   b) calcolare gli eventuali asintoti verticali e orizzontali;

   c) dare la definizione di funzione limitata e dire se la funzione f è limitata;

   d) dire se la funzione f può avere massimi e minimi assoluti;

   e) calcolare $f^{-1}([0, 1[)$.

4. Data la funzione

$$f(x) = x^2 - 3x - \log(x - 2)$$

   studiarne monotonia, massimi e minimi relativi, concavità e flessi.

5. Enunciare il teorema degli zeri e dimostrare che l'equazione

$$x^4 + x^3 - 1 = 0$$

   ammette un'unica soluzione in $[0, 1]$.

6. Dopo aver enunciato il criterio di Leibniz, studiare l'assoluta e la semplice convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log\left(\frac{1}{n} + 1\right).$$

7. Risolvere in campo complesso l'equazione

$$(z + i)^2 = \left(\sqrt{3} + i\right)^3 .$$