

## **Programma di Analisi Matematica (prima parte) - a.a. 2007-2008**

INGEGNERIA CIVILE

Docente del corso: *dott.ssa Valeria Luisi*

**Preliminari. Insiemi:** Notazioni insiemistiche e logiche. Insiemi numerici. Gli insiemi  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$ . Le leggi di composizione interna su questi insiemi. Legge dell'annullamento del prodotto. Sottoinsiemi di  $\mathbf{R}$  limitati inferiormente e superiormente. Maggioranti e minoranti di un insieme, massimo e minimo di un insieme. Estremo superiore ed estremo inferiore di un sottoinsieme di  $\mathbf{R}$ . Intervalli limitati e illimitati di  $\mathbf{R}$ . Rappresentazione geometrica di  $\mathbf{R}$  e di  $\mathbf{R}^2$ . Intorni di un punto. Intorni destri e sinistri. Punti di accumulazione, punti isolati. Punti di accumulazione a destra e a sinistra. Intorni dei punti all'infinito. **Funzioni:** Insieme di definizione e insieme di arrivo. Valore di una funzione in un punto. Immagini dirette e reciproche. Funzioni iniettive, surgettive e bigettive. Funzioni composte. Funzioni invertibili e funzioni inverse. Equivalenza tra funzioni bigettive e funzioni invertibili. Restrizioni e ridotte di restrizioni.

**Funzioni reali di variabile reale:** Operazioni con le funzioni reali. Funzioni limitate superiormente e funzioni limitate inferiormente. Estremo superiore ed estremo inferiore di una funzione. Punti di massimo (assoluto) e punti di minimo (assoluto) di una funzione. Minimo relativo e massimo relativo per una funzione. Funzioni monotone e funzioni strettamente monotone. Relazione tra la stretta monotonia di una funzione e la sua iniettività. Funzioni crescente e funzioni decrescenti in un punto. Confronto con la monotonia globale. Funzioni pari, dispari e periodiche.

**Numeri complessi:** Parte reale, parte immaginaria, modulo di un numero complesso, complesso coniugato di un numero complesso. Forma algebrica di un numero complesso e operazioni di somma e di prodotto tra due numeri complessi. Reciproco di un numero complesso. Forma geometrica di un numero complesso e rappresentazione nel piano complesso. Coordinate polari. Rappresentazione di un numero complesso in forma trigonometrica. Operazioni in forma trigonometrica: prodotto, reciproco, quoziente. Formula di de Moivre. Radici n-esime di un numero complesso. Rappresentazione geometrica delle radici n-esime di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra.

**Successioni:** Definizione di successione. Successioni numeriche. Successioni crescenti e successioni decrescenti. Successioni limitate inferiormente e successioni limitate superiormente. Successioni convergenti, divergenti positivamente e divergenti negativamente. Relazione tra la convergenza e la limitatezza di una successione. Teorema sulle successioni monotone. Proprietà dei limiti. Il numero di Nepero.

**Serie:** Definizione di serie convergente, divergente e indeterminata. Condizione necessaria per la convergenza. Serie a termini positivi. Teorema del confronto e del confronto asintotico, criterio del rapporto e della radice. Serie assolutamente convergenti. Serie a segno alterno e criterio di Leibniz. Serie telescopica, serie geometrica, serie armonica, serie armonica generalizzata e serie armonica a segno alterno.

**Limiti di funzioni:** Definizione generale di limite. Limite in un punto reale e all'infinito. Limiti finiti e infiniti. Teorema di unicità del limite. Limitatezza locale delle funzioni dotate di limite. Teorema della permanenza del segno. Carattere locale del limite. Monotonia del limite. Limiti da destra e limiti da sinistra. Primo e secondo teorema del confronto. Operazioni con i limiti. Limiti delle funzioni composte. Limiti delle funzioni monotone. Limiti delle funzioni elementari. Limiti notevoli.

**Funzioni continue:** Definizione di continuità in un punto e nell'insieme di definizione della funzione. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri. Conseguenze del teorema di Weierstrass e del teorema degli zeri.

**Funzioni derivabili:** Definizione di funzione dotata di derivata e derivabile in un punto, in un insieme e globalmente. Derivate destre e sinistre. Interpretazione geometrica. Rette tangenti al grafico di una funzione. Punti angolosi e punti cuspidali. Continuità delle funzioni derivabili. Derivate di ordine superiore. Regole di derivazione. Derivabilità delle funzioni composte e della funzioni inverse. Derivate delle funzioni elementari. Calcolo delle derivate. Teorema di Rolle. Teorema di Cauchy. Teorema di Lagrange. Teoremi di L'Hopital e applicazioni al calcolo dei limiti. Condizioni necessarie e sufficienti per massimi e minimi relativi. Concavità e convessità. Punti di flesso. Condizioni necessarie e sufficienti per i punti di flesso. Asintoti orizzontali, verticali e obliqui. Studio del grafico di una funzione reale.

### **Testi consigliati:**

- P. Marcellini e C. Sbordone, *Analisi Matematica uno*, Liguori Editore.
- P. Marcellini e C. Sbordone, *Esercitazioni di Matematica, vol.I parte prima*, Liguori Editore.
- P. Marcellini e C. Sbordone, *Esercitazioni di Matematica, vol.I parte seconda*, Liguori Editore.